

SNT | Les réseaux sociaux – séance 4

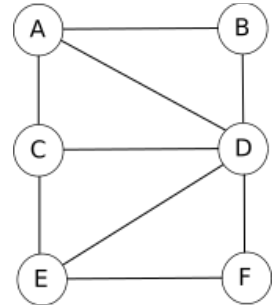
Modéliser les réseaux sociaux : les graphes

Objectif : • Déterminer les caractéristiques d'un graphe simple : rayon , diamètre, centre.

Méthode :

Voici un graphe illustrant un réseau social ayant 6 abonnés (A, B, C, D, E et F) tels que :

- A est ami avec B, C et D
- B est ami avec A et D
- C est ami avec A, E et D
- D est ami avec tous les autres abonnés
- E est ami avec C, D et F
- F est ami avec E et D



Chaîne : Dans un graphe, une **chaîne** reliant un sommet x à un sommet y est définie par une suite finie d'arêtes consécutives reliant x à y .

Exemple : Dans le graphe donné ci-dessus, $A-D-E-C$ est une chaîne de 3 arêtes.

Distance entre deux sommets : La **distance** entre deux sommets d'un graphe est le nombre minimum d'arêtes d'une chaîne allant de l'un à l'autre.

Exemple : La distance entre le sommet A et le sommet F est de 2 (chaîne $A-D-F$). On note $distance(A-F)=2$.

Écartement : L'**écartement d'un sommet** est la distance maximale existant entre ce sommet et les autres sommets du graphe.

Exemple : $distance(A-B)=1$, $distance(A-C)=1$, $distance(A-D)=1$, $distance(A-E)=2$, $distance(A-F)=2$.

Nous pouvons donc dire que la distance maximale existant entre le sommet A et les autres sommets du graphe est de 2. Nous pouvons donc dire que l'écartement de A est de 2.

Centre : On appelle **centre d'un graphe**, le sommet d'écartement minimal (le centre n'est pas nécessairement unique).

Exemple : Dans le graphe ci-dessus, tous les sommets ont un écartement de 2 à l'exception du sommet D qui a un écartement de 1. Nous pouvons donc affirmer que le centre du graphe est le sommet D .

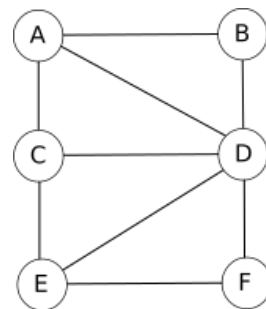
Rayon : On appelle **rayon d'un graphe** l'écartement d'un centre.

Exemple : D a un écartement de 1, c'est le centre du graphe, nous pouvons donc dire que son rayon est de 1.

Diamètre : On appelle **diamètre** d'un graphe la distance maximale entre deux sommets du graphe.

Exemple : Dans le graphe, la distance maximale entre 2 sommets est de 2, nous pouvons donc dire que le diamètre du graphe est de 2.

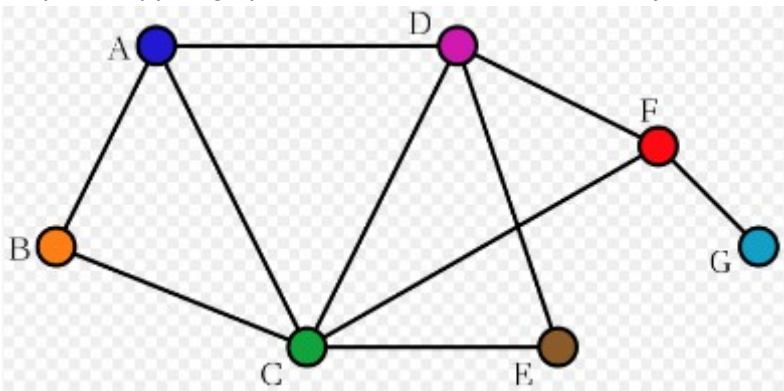
Exercices : Utilisation et production de graphes



1. En utilisant le graphe présenté dans la partie méthode ci-contre, répondre aux questions suivantes.
 - a. Donner une chaîne de ce graphe composée de 4 arêtes, une chaîne de 5 arêtes.
 - b. Déterminer la distance entre les sommets C et B, et la distance entre les sommets B et E.
 - c. Déterminer l'écartement de D, l'écartement de E.

2. Construire un graphe d'un autre réseau social à partir des informations suivantes :
 - A est ami avec B et E
 - B est ami avec A et C
 - C est ami avec B, D et F
 - D est ami avec C, E et F
 - E est ami avec A, D et F
 - F est ami avec C, D et E

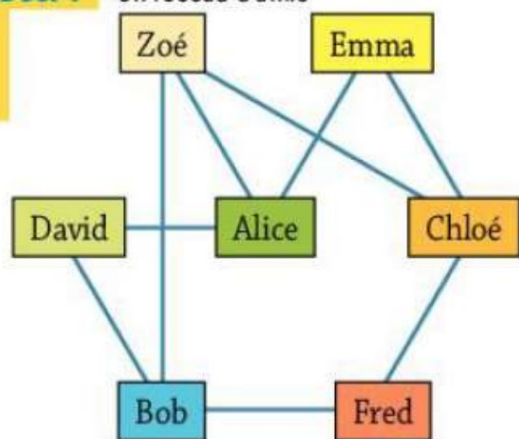
3. Déterminer le (ou les) centre(s) du graphe ci-dessous. En déduire son rayon et son diamètre.



4. Alice, Bob, Chloé, David, Emma, Fred et Zoé sont dans le même club se sport. On a cherché à représenter leurs relations d'amitié à l'aide d'un graphe. Voici deux représentations de ce même graphe.

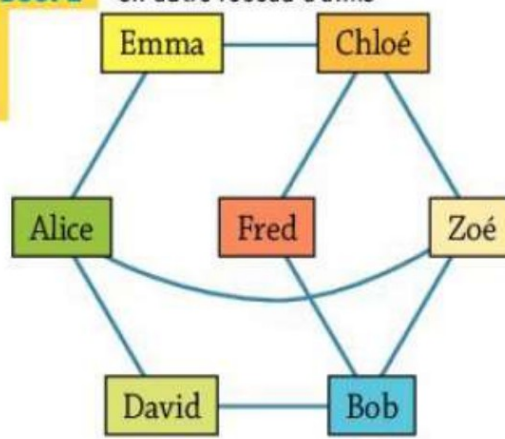
Doc. 1

Un réseau d'amis



Doc. 2

Un autre réseau d'amis



En étudiant ce graphe, répondre aux questions suivantes :

- 1) Quelle est la distance entre Alice et Chloé ? Entre Alice et Fred ?
- 2) Quelle est l'excentricité (écartement) d'Alice ?
- 3) Quel(s) est(sont) le(s) centre(s) de ce graphe ? Justifier et détailler votre démarche pour répondre à cela.
- 4) Quel est le rayon de ce graphe ? Justifier votre réponse.
- 5) Quel est le diamètre de ce graphe ? Justifier votre réponse.